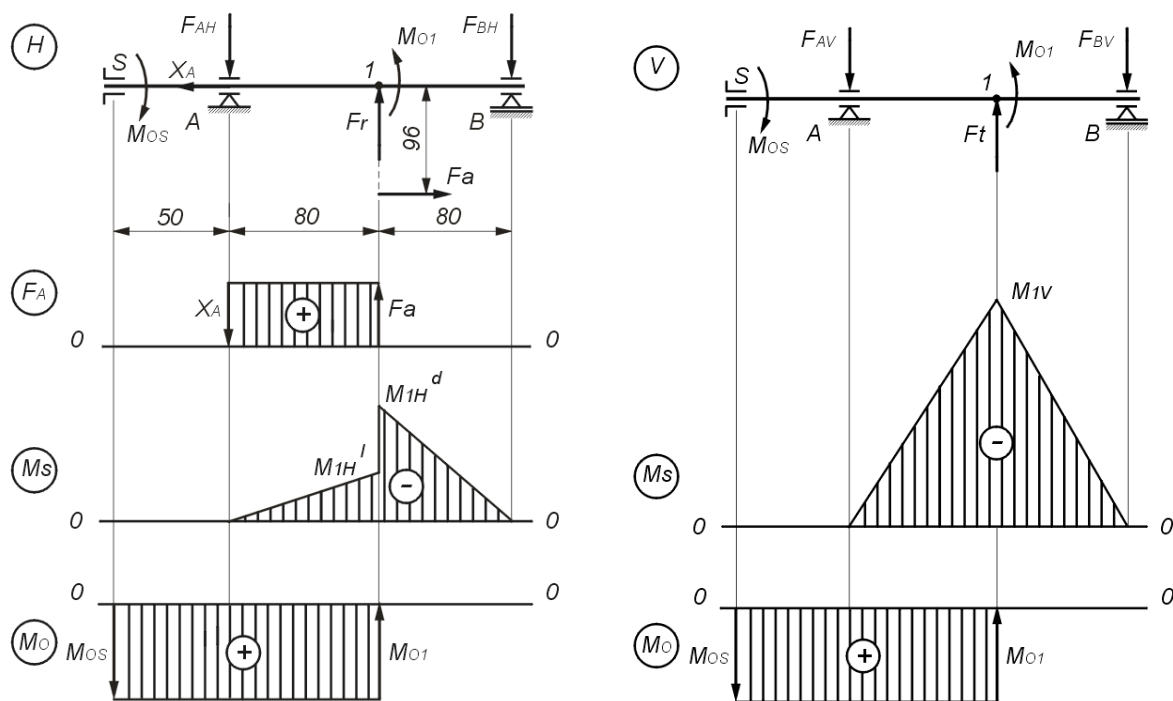


14. VRATILA

Zadatak 14.1.

Dimenzionisati vratilo reduktora čija je šema opterećenja data u horizontalnoj "H" i vertikalnoj "V" ravni (slika 14.1.). Materijal vratila je Č 0545, a sile na zupčaniku su: obimna sila $F_t = 8300$ N, radijalna sila $F_r = 3060$ N, aksijalna sila $F_a = 1166$ N. Snaga na vratilu je $P = 40$ kW, a broj obrtaja vratila je $n = 650 \text{ min}^{-1}$.



Slika 14.1.

Rešenje

Otpori oslonaca

"H"- ravan

- $\sum X_i = 0$; $X_A = F_a = 1166 \text{ N}$
- $\sum M_A = 0$; $F_{BH} \cdot 160 - F_{r1} \cdot 80 - F_{a1} \cdot 96 = 0$

$$F_{BH} = \frac{3060 \cdot 80 + 1166 \cdot 96}{160} = 2230 \text{ N}$$
- $\sum M_B = 0$; $-F_{AH} \cdot 160 + F_{r1} \cdot 80 - F_{a1} \cdot 96 = 0$

$$F_{AH} = \frac{3060 \cdot 80 - 1166 \cdot 96}{160} = 830 \text{ N}$$

Provera:

- $\sum Y_i = 0$; $-F_{AH} + F_r - F_{BH} = 0$

$$-830 + 3060 - 2230 = 0$$

"V"- ravan

- $\sum M_A = 0$; $F_{BV} \cdot 160 - F_t \cdot 80 = 0$

$$F_{BV} = \frac{F_t \cdot 80}{160} = \frac{F_t}{2} = \frac{8300}{2}$$

$$F_{AV} = F_{BV} = 4150 \text{ N}$$

Rezultujući otpori oslonaca

$$F_A = \sqrt{F_{AH}^2 + F_{AV}^2} = \sqrt{830^2 + 4150^2} = 4226 \text{ N}$$

$$F_B = \sqrt{F_{BH}^2 + F_{BV}^2} = \sqrt{2230^2 + 4150^2} = 4725 \text{ N}$$

Momenti savijanja

“H” ravan

$$M_{IH}^1 = -F_{AH} \cdot 80 = -830 \cdot 80 = -66400 \text{ Nmm}$$

$$M_{IH}^d = -F_{BH} \cdot 80 = -2230 \cdot 80 = -178400 \text{ Nmm}$$

“V” ravan

$$M_{IV}^1 = -F_{AV} \cdot 80 = -4150 \cdot 80 = -332000 \text{ Nmm}$$

Rezultujući momenti savijanja

$$M_1^1 = \sqrt{(M_{IH}^1)^2 + M_{IV}^1^2} = \sqrt{66400^2 + 332000^2} = 340000 \text{ Nmm}$$

$$M_1^d = \sqrt{(M_{IH}^d)^2 + M_{IV}^1^2} = \sqrt{178400^2 + 332000^2} = 377000 \text{ Nmm}$$

Momenti uvijanja

$$M_{o1}^1 = \frac{P}{\varpi} = \frac{P}{\frac{\pi \cdot n}{30}} = \frac{30 \cdot P}{\pi \cdot n} = \frac{30 \cdot 40000}{\pi \cdot 650} = 590 \text{ Nm} = 590000 \text{ Nmm}$$

$$M_{o1}^d = 0$$

Karakteristike materijala vratila Č0545 (Prilog 1.1.)

- savojna dinamička čvrstoća pri naizmjenično promjenljivom opterećenju:

$$\sigma_{D(-1)} = 220 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ (vratilo se okreće pa je izloženo savijanju u raznim smerovima)}$$

- uvojna dinamička čvrstoća pri jednosmerno promjenljivom opterećenju:

$$\tau_{D(0)} = 170 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ (usvaja se okretanje samo u jednom smeru, pa je i uvijanje uvek u istom smeru)}$$

Dozvoljeni naponi:

$$\sigma_{\text{doz}} = \frac{\sigma_{D(-1)}}{S} = \frac{220}{4} = 55 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{\text{doz}} = \frac{\tau_{D(0)}}{S} = \frac{170}{3} = 57 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\alpha_o = \frac{\sigma_{\text{doz}}}{\tau_{\text{doz}}} = \frac{55}{57} = 0,965$$

Idealni momenti savijanja (izvedeni momenti savijanja)

- na mestu ležaja A

$$M_{Ai} = M_o = 590000 \text{ Nmm}$$

- na mestu zupčanika 1

$$M_{1i}^1 = \sqrt{(M_1^1)^2 + \left(\frac{\alpha_o}{2} \cdot M_{o1}^1\right)^2} = \sqrt{340000^2 + \left(\frac{0,965}{2} \cdot 590000\right)^2} = 443441 \text{ Nmm}$$

$$M_{1i}^d = \sqrt{(M_1^d)^2 + \left(\frac{\alpha_o}{2} \cdot M_{o1}^d\right)^2} = \sqrt{377000^2 + \left(\frac{0,965}{2} \cdot 0\right)^2} = 377000 \text{ Nmm}$$

Prečnici vratila

- na mestu ležaja A (presek opterećen samo na uvijanje)

$$d_{Ai} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_o}{\pi \cdot \tau_{\text{doz}}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 590000}{\pi \cdot 57}} = 37,5 \text{ mm}$$

Ovako izračunat prečnik prilagođava se standardnom prečniku unutrašnjeg prstena kotrljajnog ležaja pa je $d_A = 40$ mm.

- na mestu zupčanika

$$d_{li} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{li}}{\pi \cdot \sigma_{doz}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 443441}{\pi \cdot 55}} = 43,5 \text{ mm}$$

Ovako uvećani prečnik uvećava se (10÷20)% zbog žljeba za klin.

$$d'_1 = 1,2 \cdot d_{li} = 1,2 \cdot 43,5 = 52,16 \text{ mm}$$

Usvaja se prečnik $d_1 = 56$ mm (standardni broj - po mogućnosti)

Prečnici vratila koji nisu kritični, usvajaju se konstruktivno, ali tako da se obzbedi lakša izrada i montaža, kao i skladnost konstrukcije. Tako se za prečnik vratila na mestu ležaja B usvaja:

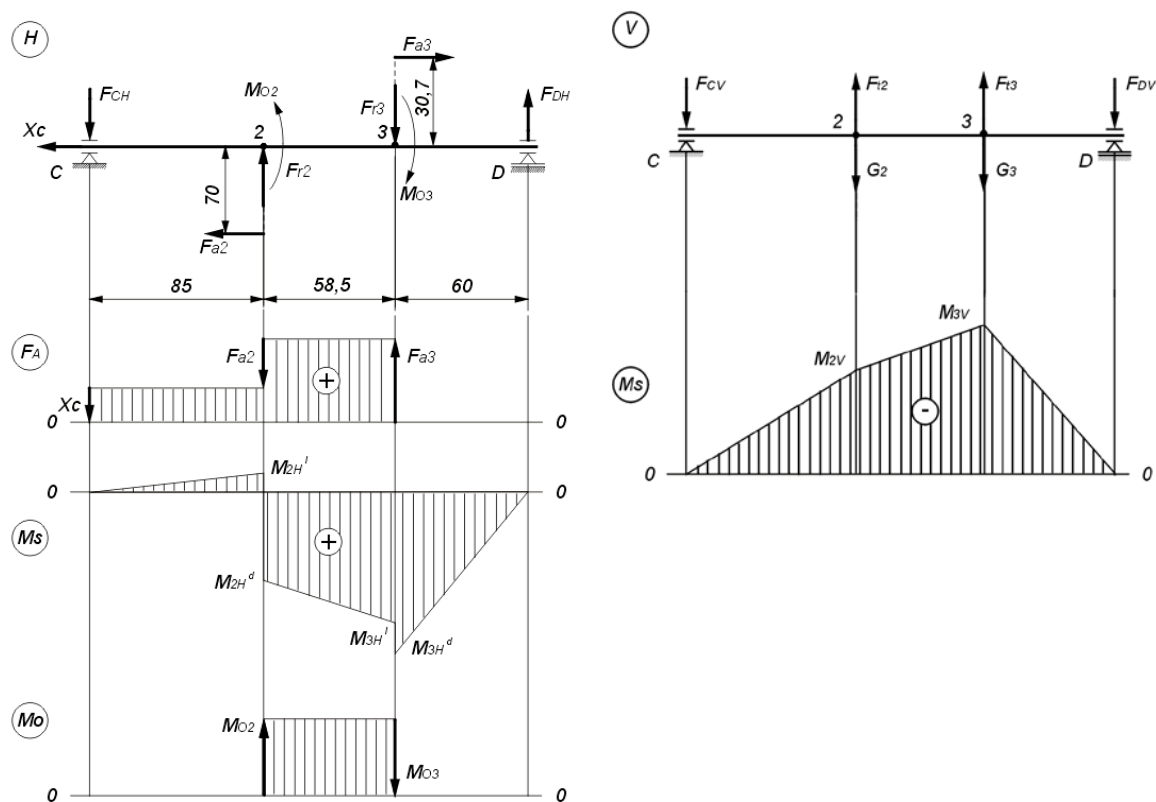
$$d_B = d_A = 40 \text{ mm.}$$

Zadatak 14.2.

Dimenzionisati vratilo reduktora čija je šema opterećenja data u horizontalnoj "H" i vertikalnoj "V" ravni (slika 14.2.). Materijal vratila je Č 1330, snaga $P = 2,2$ kW, a broj obrtaja $n = 400 \text{ min}^{-1}$. Sile na zupčanicima su:

- zupčanik 2 (gonjeni) $F_{t2} = 750 \text{ N}$, $F_{r2} = 111 \text{ N}$, $F_{a2} = 250 \text{ N}$
- zupčanik 3 (pogonski) $F_{t3} = 1650 \text{ N}$, $F_{r3} = 615 \text{ N}$, $F_{a3} = 357 \text{ N}$

Težine zupčanika su $G_2 = 64 \text{ kN}$, a zupčanik 3 je mali pa se njegova težina zanemaruje. Zupčanik 3 je mali pa se njegova težina zanemaruje. Zupčanik 3 je izrađen izjedna sa vratilom (podnožni krug zupčanika $d_{f3} = 55,3848 \text{ mm}$).



Slika 14.2.

Rešenje

Otpori oslonaca

“H” ravan

$$1. \sum X_i = 0; \quad X_C = -F_{a2} + F_{a3} = -250 + 357 = 107 \text{ N}$$

$$2. \uparrow \sum M_C = 0; \quad F_{a2} \cdot 70 - F_{r2} \cdot 85 + F_{r3} \cdot (85 + 58,5) + F_{a3} \cdot 30,7 - F_{DH} \cdot 203,5 = 0$$

$$F_{DH} = \frac{250 \cdot 70 - 111 \cdot 85 + 615 \cdot 143,5 + 357 \cdot 30,7}{203,5} = 527,16 \text{ N}$$

$$3. \uparrow \sum M_D = 0; \quad -F_{CH} \cdot 203,5 + F_{a2} \cdot 70 + F_{r2} \cdot 118,5 - F_{r3} \cdot 60 + F_{a3} \cdot 30,7 = 0$$

$$F_{CH} = \frac{250 \cdot 70 + 111 \cdot 118,5 - 615 \cdot 60 + 357 \cdot 30,7}{203,5} = 23,16 \text{ N}$$

$$4. \text{ Provera: } \sum Y_i = 0; \quad -F_{CH} + F_{r2} - F_{r3} + F_{DH} = 0 \\ -23,16 + 111 - 615 + 527,16 = 0$$

“V” ravan

$$1. \uparrow \sum M_C = 0; \quad G_2 \cdot 85 - F_{t2} \cdot 85 - F_{t3} \cdot 143,5 + F_{DV} \cdot 203,5 = 0$$

$$F_{DV} = \frac{-64 \cdot 85 + 750 \cdot 85 + 1650 \cdot 143,5}{203,5} = 1450 \text{ N}$$

$$2. \uparrow \sum M_D = 0; \quad -F_{CV} \cdot 203,5 + F_{t2} \cdot 118,5 - G_2 \cdot 118,5 + F_{t3} \cdot 60 = 0$$

$$F_{CV} = \frac{750 \cdot 118,5 - 64 \cdot 118,5 + 1650 \cdot 60}{203,5} = 886 \text{ N}$$

$$3. \text{ Provera: } \sum Y_i = 0; \quad -F_{CV} + F_{t2} - G_2 + F_{t3} - F_{DV} = 0 \\ -886 + 750 - 64 + 1650 - 1450 = 0$$

Rezultujući otpori oslonaca (opterećenja ležaja)

$$F_C = \sqrt{F_{CH}^2 + F_{CV}^2} = \sqrt{23,16^2 + 886^2} = 886,3 \text{ N}$$

$$F_D = \sqrt{F_{DH}^2 + F_{DV}^2} = \sqrt{527,16^2 + 1450^2} = 1543 \text{ N}$$

Momenti savijanja

“H” ravan

$$M_{2H}^1 = -F_{CH} \cdot 85 = -23,16 \cdot 85 = -1968,6 \text{ Nmm}$$

$$M_{2H}^d = (M_{2H}^1)^l = -F_{CH} \cdot 85 + F_{a2} \cdot 70 = -23,16 \cdot 85 + 250 \cdot 70 = 15531,4 \text{ Nmm}$$

$$M_{3H}^1 = -F_{CH} \cdot 143,5 + F_{a2} \cdot 70 + F_{r2} \cdot 58,5 = 20670 \text{ Nmm}$$

$$M_{2H}^d = F_{DH} \cdot 60 = 527,16 \cdot 60 = 31629,6 \text{ Nmm}$$

“V” ravan

$$M_{2V}^1 = -F_{CV} \cdot 85 = -886 \cdot 85 = -75310 \text{ Nmm}$$

$$M_{3V}^d = -F_{DV} \cdot 60 = -1450 \cdot 60 = -87000 \text{ Nmm}$$

Rezultujući momenti savijanja

$$M_2^1 = \sqrt{(M_{2H}^1)^2 + M_{2V}^2} = \sqrt{1968,6^2 + 75310^2} = 75336 \text{ Nmm}$$

$$M_2^d = \sqrt{(M_{2H}^d)^2 + M_{2V}^2} = \sqrt{15531,4^2 + 75310^2} = 76895 \text{ Nmm}$$

$$M_3^1 = \sqrt{(M_{3H}^1)^2 + M_{3V}^2} = \sqrt{20670^2 + 87000^2} = 89422 \text{ Nmm}$$

$$M_3^d = \sqrt{(M_{3H}^d)^2 + M_{3V}^2} = \sqrt{31629,6^2 + 87000^2} = 92571 \text{ Nmm}$$

Momenti uvijanja

$$M_{o2}^1 = M_{o3}^d = 0$$

$$M_{O2}^d = M_{O3}^l = \frac{P}{\varpi} = \frac{P}{\frac{\pi \cdot n}{30}} = \frac{30 \cdot P}{\pi \cdot n} = \frac{30 \cdot 2200}{\pi \cdot 400} = 52,52 \text{ Nm} = 52520 \text{ Nmm}$$

Karakteristike materijala vratila Č1330 (Prilog 1.1.)

$$\sigma_{D(-1)} = 240 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{D(0)} = 210 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Dozvoljeni naponi

$$\sigma_{\text{doz}} = \frac{\sigma_{D(-1)}}{S} = \frac{240}{4} = 60 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{\text{doz}} = \frac{\tau_{D(0)}}{S} = \frac{220}{4} = 55 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\alpha_o = \frac{\sigma_{\text{doz}}}{\tau_{\text{doz}}} = \frac{60}{55} = 1,091$$

Izvedeni momenti savijanja

$$M_{i2}^l = \sqrt{(M_2^l)^2 + \left(\frac{\alpha_o}{2} \cdot M_{o2}^l\right)^2} = \sqrt{75336^2 + \left(\frac{1,091}{2} \cdot 0\right)^2} = 75336 \text{ Nmm}$$

$$M_{i2}^d = \sqrt{(M_2^d)^2 + \left(\frac{\alpha_o}{2} \cdot M_{o2}^d\right)^2} = \sqrt{76895^2 + \left(\frac{1,091}{2} \cdot 52520\right)^2} = 82060 \text{ Nmm}$$

$$M_{i3}^l = \sqrt{(M_3^l)^2 + \left(\frac{\alpha_o}{2} \cdot M_{o3}^l\right)^2} = \sqrt{89422^2 + \left(\frac{1,091}{2} \cdot 52520\right)^2} = 93900 \text{ Nmm}$$

$$M_{i3}^d = \sqrt{(M_3^d)^2 + \left(\frac{\alpha_o}{2} \cdot M_{o3}^d\right)^2} = \sqrt{92571^2 + \left(\frac{1,091}{2} \cdot 0\right)^2} = 92571 \text{ Nmm}$$

Prečnik vartila na mestu zupčanika 2

$$d_{2i} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{i2}^d}{\pi \cdot \sigma_{\text{doz}}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 82060}{\pi \cdot 60}} = 24,06 \text{ mm}$$

Zbog žljeba za klin biće

$$d'_2 = 1,2 \cdot d_{2i} = 1,2 \cdot 24,06 = 28,872 \text{ mm}$$

$d_2 = 42 \text{ mm}$ – usvojeno konstruktivno

Prečnik vratila na mestu zupčanika 3

$$d_{3i} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{i3}^l}{\pi \cdot \sigma_{\text{doz}}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 93900}{\pi \cdot 60}} = 25,167 \text{ mm}$$

Ovaj prečnik je zadovoljen samim tim što je zupčanik 3 izrađen izjedna sa vratilom:

$$(d_3 = d_{f3} = 55,3848 > d_{3i} = 25,167 \text{ mm})$$

Prečnici na mestu ležaja: ovi preseki nisu opterećeni pa se konstrukciono usvaja (skladnost dimenzija vratila):

$$d_C = d_D = 35 \text{ mm}$$

Zadatak 14.3.

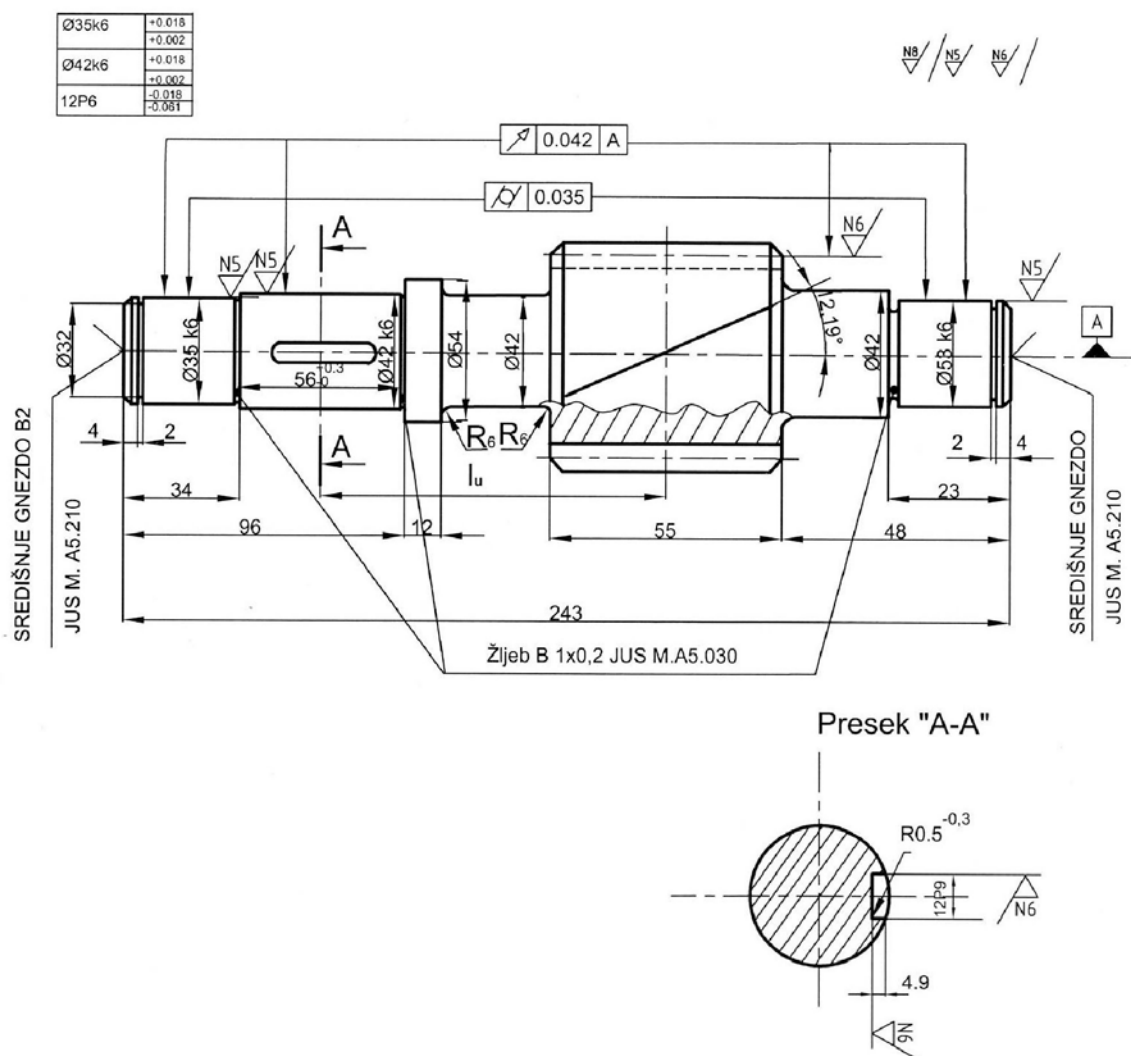
Za podatke iz predhodnog zadatka potrebno je:

- dati prikaz radioničkog crteža vratila,
- proveriti uvojnu krutost vratila.

Rešenje

a) Prikaz radioničkog crteža vratila

Dimenzionisanje vratila vrši se na osnovu proračunatih prečnika, ali i na osnovu podataka koji su konstruktivno zadati. U ovom slučaju moraju se ispoštovati polazni podaci o prečniku podnožnog kruga zupčanika 3 i rasponi na vratilu. Ovi ulazni podaci proračunati su ili usvojeni u procesu konstruisanja (paralelno crtanje sklopnog crteža i proračun). Uzimajući u obzir kako ulazne, konstruktivne, tako i podatke dobijene u završnom proračunu (prečnici vratila), konstruisano je vratilo čiji je radionički crtež dat na slici 14.3. Može se primetiti da su pojedini prečnici znatno veći od proračunatih. To je posledica prilagođavanja ovih prečnika propisanom prečniku podnožnog kruga zupčanika 3. Prilagođavanje ja vršeno tako da prelazi sa jednog na drugi prečnik ne budu suviše veliki i nagli. Osim toga, povećanje prečnika pozitivno utiče na uvojnu krutost vratila, ugibe i nagibe vratila.



Slika 14.3.

b) Provera uvojne krutosti

Dužina vratila izložena uvijanju za dati slučaj sa slike 14.3.

$$\sum l_u = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 31 + 12 + 23 + 27,5 = 93,5 \text{ mm}$$

Dozvoljeni ugao uvijanja (preporuka)

$$\psi_d = (0,00025 \div 0,0005) \cdot \sum l_u = (0,00025 \div 0,00025) \cdot 93,5 = (0,0232 \div 0,04638)^0$$

$$\psi_d = \frac{(0,0232 \div 0,04638)^0 \cdot \pi}{180^0} [\text{rad}] = (0,0004047 \div 0,00080957) [\text{rad}]$$

Ugao uvijanja se u opštem slučaju izračunava:

$$\psi = \frac{1}{G} \cdot \left(\frac{M_{o1} \cdot l_1}{I_{o1}} + \frac{M_{o2} \cdot l_2}{I_{o2}} + \dots + \frac{M_{on} \cdot l_n}{I_{on}} \right) [\text{rad}]$$

gde su:

$$G \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] - \text{modul klizanja, za čelik } G = 81000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

M_o [Nmm] - obrtni momenti na pojedinim delovima (dužinama) vratila. U nekim slučajevima obrtni moment ima različite veličine duž vratila što se na ovaj način uzima u obzir.

l [mm] - dužine segmenata (parcijalnih delova) vratila izloženih uvijanju. Ove dužine se određuju sa radioničkog crteža.

I_o [mm⁴] - polarni moment inercije, za kružni poprečni presek $I_o = \frac{d^4 \cdot \pi}{32}$. Ova vrednost uzima se za

svaki prečnik posebno i za odgovarajuću dužinu.

Primena predhodnog obrasca podrazumeva da se za svaki segment vratila uzima odgovarajući obrtni moment M_o za taj segment, odgovarajuća dužina l tog segmenta i odgovarajući polarni moment inercije I_o tog segmenta.

Ugao uvijanja za dati slučaj

U posmatranom slučaju, obrtni moment se ne menja, pa se može pisati:

$$\psi = \frac{M_{o2}}{G} \cdot \left(\frac{l_1}{I_{o1}} + \frac{l_2}{I_{o2}} + \frac{l_3}{I_{o3}} + \frac{l_4}{I_{o4}} \right)$$

$$\psi = \frac{32 \cdot M_{o2}}{G} \cdot \left(\frac{l_1}{d_1^4} + \frac{l_2}{d_2^4} + \frac{l_3}{d_3^4} + \frac{l_4}{d_4^4} \right)$$

$$\psi = \frac{32 \cdot 52520}{81000 \cdot \pi} \left(\frac{31}{42^4} + \frac{12}{54^4} + \frac{23}{42^4} + \frac{27,5}{55,3848^4} \right)$$

$$\psi = 0,0001416 [\text{rad}] < \psi_d$$

Zaključak: s obzirom da je ugao uvijanja manji od dozvoljenog, može se zaključiti da je uvojna krutost zadovoljena i da nema opasnosti od pojave nedozvoljenih torzionih vibracija. Ova provera se naročito mora vršiti na mestima gde se zahteva tačnost kinematskog odnosa, na primer kod alatnih mašina.

Napomena: Prečnici izračunati pri dimenzionisanju vratila, često se moraju povećati da bi uvojna krutost zadovoljila.

Zadatak 14.4.

Ulazno vratilo reduktora sa karakterističnim dimenzijama prikazano je na slici 14.4. Na prepustu vratila nalazi se remenica, a na sredini raspona između oslonaca nalazi se mali zupčanik izrađen izjedna sa vratilom. Zupčanik je cilindrični sa kosim zubima. U osloncima A i B postavljeni su ležajevi sa koničnim valjcima KB sa ugradnjom tipa X.

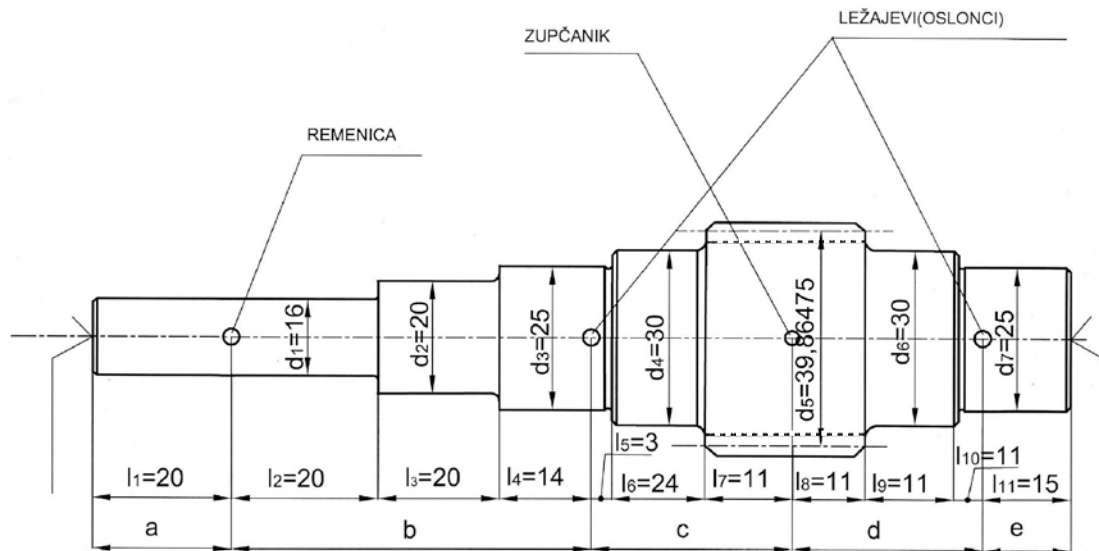
Za ovo vratilo, potrebno je proveriti:

- ugib na mestu zupčanika,
- nagibe u osloncima,
- uvojnu krutost vratila.

Poznati podaci:

- Opterećenja vratila u H - ravni:
 - sila na remenici $F_{K1H} = 1630,05 \text{ N}$
 - radijalna sila na zupčaniku $F_{r1} = 308,11 \text{ N}$
 - aksijalna sila na zupčaniku $F_{a1} = 304,19 \text{ N}$
 - prečnik kinematskog kruga zupčanika $d_1 = 39,86475 \text{ N}$

- moment usled aksijalne sile $M_1 = F_{a1} \cdot \frac{d_1}{2} = 304,19 \cdot \frac{39,865}{2} = 6062,51 \text{ Nmm}$
- Opterećenje vratila u V - ravni
 - sila na remenici $F_{KIV} = 941,11 \text{ N}$
 - obimna sila na zupčaniku $F_{t1} = 752,89 \text{ N}$
- Materijal vratila Č4130,
- Obrtni moment na vratilu $M_o = 15006,8 \text{ Nmm}$,
- Modul zupčanika u normalnoj ravni $m_n = 1,75 \text{ mm}$.



Slika 14.4.

Rešenje

- Izračunavanje ekvivalentnih dužina vratila

Da bi se izvršila provera ugiba i nagiba vratila promenljivog poprečnog preseka, neophodno je uraditi svođenje svih prečnika vratila na isti, ekvivalentni prečnik. Pri tome dolazi do promene dužina pojedinih segmenata vratila.

Usvaja se ekvivalentni prečnik

$$d_e = d_1 = 16 \text{ mm}$$

Ekvivalentne dužine vratila

$$l_{1e} = l_1 = 20 \text{ mm}$$

$$l_{2e} = l_2 = 20 \text{ mm}$$

$$l_{3e} = l_3 \cdot \sqrt[3]{\frac{d_e^4}{d_2^4}} = 20 \cdot \left(\frac{16}{20}\right)^{\frac{4}{3}} = 14,85 \text{ mm}$$

$$l_{4e} = l_4 \cdot \sqrt[3]{\frac{d_e^4}{d_3^4}} = 14 \cdot \left(\frac{16}{25}\right)^{\frac{4}{3}} = 7,72 \text{ mm}$$

$$l_{5e} = l_5 \cdot \sqrt[3]{\frac{d_e^4}{d_3^4}} = 3 \cdot \left(\frac{16}{25}\right)^{\frac{4}{3}} = 1,65 \text{ mm}$$

$$l_{6e} = l_6 \cdot \sqrt[3]{\frac{d_e^4}{d_4^4}} = 24 \cdot \left(\frac{16}{30}\right)^{\frac{4}{3}} = 10,38 \text{ mm}$$

$$l_{7e} = l_6 \cdot \sqrt[3]{\frac{d_e^4}{d_5^4}} = 11 \cdot \left(\frac{16}{39.86475}\right)^{\frac{4}{3}} = 3,26 \text{ mm}$$

$$l_{8e} = l_{7e} = 3,26 \text{ mm}$$

$$l_{9e} = l_{6e} = 10,38 \text{ mm}$$

$$l_{10e} = l_{5e} = 1,65 \text{ mm}$$

$$l_{11e} = l_{11} \cdot \sqrt[3]{\frac{d_e^4}{d_7^4}} = 15 \cdot \left(\frac{16}{25}\right)^{\frac{4}{3}} = 8,27 \text{ mm}$$

Ekvivalentni rasponi na vratilu

$$a_e = l_{1e} = 20 \text{ mm}$$

$$b_e = l_{2e} + l_{3e} + l_{4e} = 42,57 \text{ mm}$$

$$c_e = l_{5e} + l_{6e} + l_{7e} = 15,29 \text{ mm}$$

$$d_e = l_{8e} + l_{9e} + l_{10e} = 15,29 \text{ mm}$$

$$e_e = l_{11e} = 8,27 \text{ mm}$$

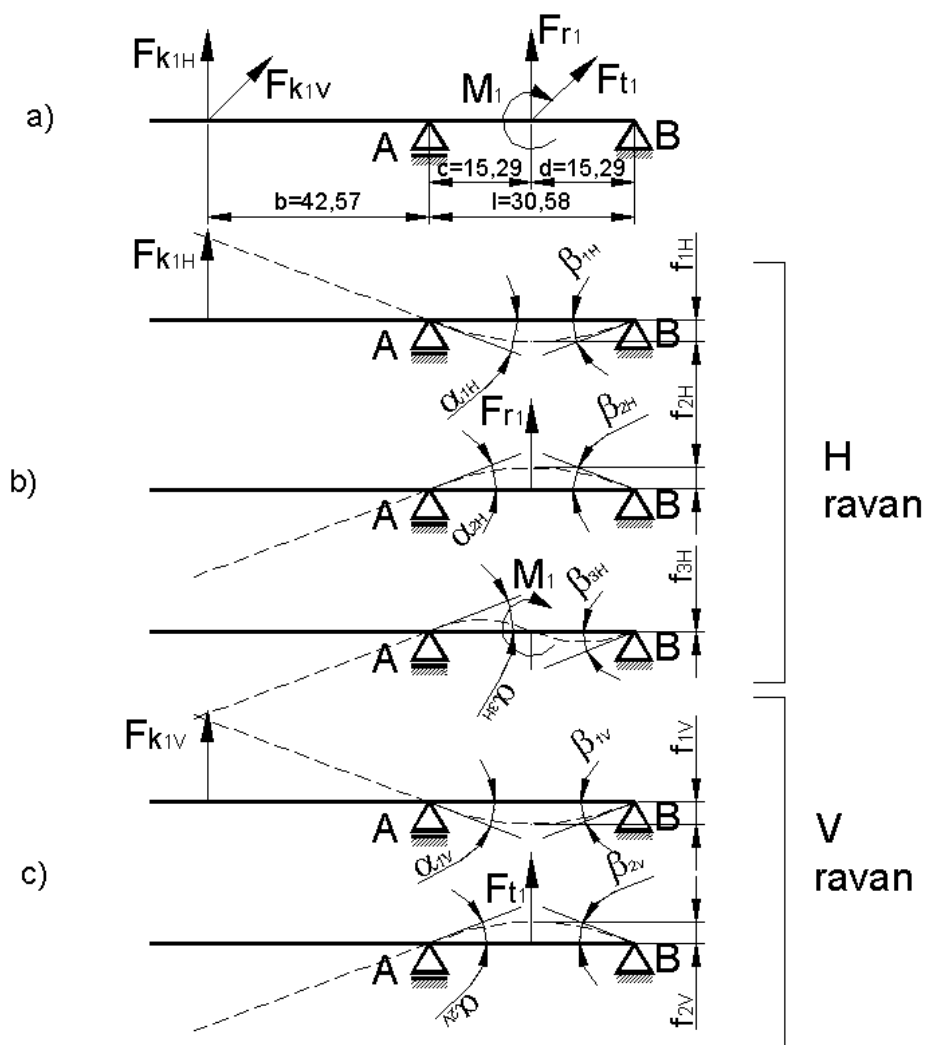
Moment inercije poprečnog preseka ekvivalentnog prečnika

$$I = \frac{\pi \cdot d_e^4}{64} = \frac{\pi \cdot 16^4}{64} = 3216,99 \text{ mm}^4$$

Modul elastičnosti materijala vratila (čelik)

$$E = 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Grafički prikaz opterećenja vratila u H i V ravni dat je na slici 14.5a. Ugibi i nagibi vratila u H ravni prikazani su na slici 14.5b, a na slici 14.5c prikazani su ugi i nagibi vratila u V ravni.



Slika 14.5.

a) Određivanje ugiba na mestu zupčanika 1 (koriste se obrasci iz Priloga 14.1.)

Ugib na mestu zupčanika 1 u H ravni

Ugib na mestu zupčanika 1 usled sile na remenici (komponenta ove sile u H ravni)

$$f_{1H} = \frac{F_{K1H}}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot b \cdot d \cdot (l^2 - d^2) = \frac{1630,05}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3216,99 \cdot 30,58} \cdot 42,57 \cdot 15,29 \cdot (30,58^2 - 15,29^2) = 0,006 \text{ mm}$$

Ugib na mestu zupčanika 1 usled radijalne sile F_{r1}

$$f_{2H} = -\frac{F_{r1}}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot 2 \cdot c^2 \cdot d^2 = -\frac{308,11}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3216,99 \cdot 30,58} \cdot 2 \cdot 15,29^2 \cdot 15,29^2 = -0,0003 \text{ mm}$$

Ugib na mestu zupčanika 1 usled momenta savijanja M_1 (ovaj moment potiče od aksijalne sile F_{a1} koja se javlja zato što je u pitanju CZKZ)

$$f_{3H} = -\frac{M_1}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot 2 \cdot c \cdot d \cdot (d - c) = 0 \quad (c = d)$$

Ukupan ugib na mestu zupčanika 1 u H ravni

$$f_H = f_{1H} + f_{2H} + f_{3H} = 0,006 + (-0,0003) + 0 = 0,0057 \text{ mm}$$

Ugib na mestu zupčanika 1 u V ravni

Ugib na mestu zupčanika 1 usled sile na remenici (komponenta ove sile u V ravni)

$$f_{1V} = \frac{F_{K1V}}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot b \cdot d \cdot (l^2 - d^2) = \frac{941,11}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3216,99 \cdot 30,58} \cdot 42,57 \cdot 15,29 \cdot (30,58^2 - 15,29^2) = 0,0035 \text{ mm}$$

Ugib na mestu zupčanika 1 usled obimne sile F_{t1}

$$f_{2V} = -\frac{F_{t1}}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot 2 \cdot c^2 \cdot d^2 = -\frac{752,89}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3216,99 \cdot 30,58} \cdot 2 \cdot 15,29^2 \cdot 15,29^2 = -0,0007 \text{ mm}$$

Ukupan ugib na mestu zupčanika 1 u V ravni

$$f_V = f_{1V} + f_{2V} = 0,0035 + (-0,0007) = 0,0028 \text{ mm}$$

Ukupan ugib na mestu zupčanika 1

$$f = \sqrt{f_H^2 + f_V^2} = \sqrt{0,0057^2 + 0,0028^2} = 0,0064 \text{ mm} < f_d$$

Dozvoljeni ugib na mestu zupčanika 1 (preporuka)

$$f = (0,01 \div 0,025) \cdot m_n = (0,01 \div 0,025) \cdot 1,75 = (0,0175 \div 0,0438) \text{ mm}$$

Kako je ugib vratila na mestu zupčanika manji od dozvoljenog, može se konstatovati da je ova provera zadovoljila.

b) Određivanje nagiba u osolcima (na mestima ležajeva A i B)

Nagibi nad osloncem A (koriste se obrasci iz Priloga 14.1.)

$$\alpha_{1H} = 2 \cdot \frac{F_{K1H}}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot l^2 \cdot b = 2 \cdot \frac{1630,05}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3216,99 \cdot 30,58} \cdot 30,58^2 \cdot 42,57 = 0,001 \text{ rad}$$

$$\alpha_{2H} = -\frac{F_{r1}}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot c \cdot d \cdot (l + d) = -\frac{308,11}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3216,99 \cdot 30,58} \cdot 15,29^2 \cdot (30,58 + 15,29) = -0,000026 \text{ rad}$$

$$\alpha_{3H} = -\frac{M_1}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot (l^2 - 3 \cdot d^2) = -\frac{6062,51}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3216,99 \cdot 30,58} \cdot (30,58^2 - 3 \cdot 15,29^2) = -0,000011 \text{ rad}$$

$$\alpha_{1V} = 2 \cdot \frac{F_{K1V}}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot l^2 \cdot b = 2 \cdot \frac{941,11}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3216,99 \cdot 30,58} \cdot 30,58^2 \cdot 42,57 = 0,0006 \text{ rad}$$

$$\alpha_{2V} = -\frac{F_{t1}}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot c \cdot d \cdot (l + d) = -\frac{752,89}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3216,99 \cdot 30,58} \cdot 15,29^2 \cdot (30,58 + 15,29) = -0,00005 \text{ rad}$$

$$\alpha_H = \alpha_{1H} + \alpha_{2H} + \alpha_{3H} = 0,000963 \text{ rad}$$

$$\alpha_V = \alpha_{1V} + \alpha_{2V} = 0,00055 \text{ rad}$$

Nagibi nad osloncem B (koriste se obrasci iz Priloga 14.1.)

$$\beta_{1H} = -\frac{1}{2} \cdot \alpha_{1H} = -0,0005 \text{ rad}$$

$$\beta_{2H} = -\alpha_{2H} = -0,000026 \text{ rad}$$

$$\beta_{3H} = -\alpha_{3H} = -0,000011 \text{ rad}$$

$$\beta_{1V} = -\frac{1}{2} \cdot \alpha_{1V} = -0,0003 \text{ rad}$$

$$\beta_{2V} = -\alpha_{2H} = 0,00005 \text{ rad}$$

$$\beta_H = \beta_{1H} + \beta_{2H} + \beta_{3H} = -0,000485 \text{ rad}$$

$$\beta_V = \beta_{1V} + \beta_{2V} = -0,00025 \text{ rad}$$

Dozvoljeni nagib za ležajeve sa koničnim valjcima $\alpha_d = 0,0016 \text{ rad}$ (Prilog 14.2.)

Ukupan nagib kod ležajeva A i B

$$\alpha = \sqrt{\alpha_H^2 + \alpha_V^2} = \sqrt{0,00963^2 + 0,00055^2} = 0,0011 \text{ rad} < \alpha_d = 0,0016 \text{ rad}$$

$$\beta = \sqrt{\beta_H^2 + \beta_V^2} = \sqrt{0,000485^2 + 0,00025^2} = 0,00055 \text{ rad} < \alpha_d = 0,0016 \text{ rad}$$

Kako su nagibi manji od dozvoljenih, može se konstatovati da je i ova provera zadovoljila.

c) Provera uvojne krutosti

Dužina vratila izložena uvijanju

$$\sum l_u = l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + l_6 + l_7 = 92 \text{ mm}$$

Dozvoljeni ugao uvijanja

$$\psi_d = (0,00025 \div 0,0005) \cdot \sum l_u = (0,023 \div 0,046)^0$$

$$\psi_d = \frac{(0,023 \div 0,046)^0 \cdot \pi}{180^0} [\text{rad}] = (0,000401 \div 0,000803) [\text{rad}]$$

Modul klizanja za čelik

$$G = 0,81 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Ugao uvijanja na datom vratilu:

$$\psi = \frac{1}{G} \cdot \frac{32 \cdot M_o}{\pi} \cdot \left(\frac{l_2}{d_1^4} + \frac{l_3}{d_2^4} + \frac{l_4 + l_5}{d_3^4} + \frac{l_6}{d_4^4} + \frac{l_7}{d_5^4} \right)$$

$$\psi = \frac{1 \cdot 32 \cdot 15006,8}{0,81 \cdot 10^5 \cdot \pi} \left(\frac{20}{16^4} + \frac{20}{20^4} + \frac{17}{25^4} + \frac{24}{30^4} + \frac{11}{39,86475^4} \right)$$

$$\psi = 0,000958 [\text{rad}] > \psi_d = (0,000401 \div 0,000803) [\text{rad}]$$

Zaključak: Na osnovu predhodnog, može se konstatovati da uvojna krutost u ovom slučaju nije zadovoljena. Ovaj problem može se rešiti povećanjem prečnika na vratilu (po mogućnosti bez promene dimenzija zupčanika jer bi to zahtevalo ponovno izračunavanje geometrijskih mera zupčastog para i sila na zupčanicima, a došlo bi i do promene osnog rastojanja što nekad nije moguće izvesti) ili smanjenjem raspona na vratilu.

Promena materijala vratila ne može bitno pomoći jer je uticaj materijala uzet u obzir preko modula klizanja koji je za čelike isti.

Iz ovog primera vidi se da je svrsishodno uraditi proveru uvojne krutosti vratila nakon dimenzionisanja kako bi se eventualne greške odmah ispravile. Tome u prilog ide i činjenica da se provera uvojne krutosti može vrlo brzo izvršiti.

Ukoliko se prečnici vratila povećaju i/ili smanje rasponi na vratilu, nema potrebe za ponovnom proverom ugiba i nagiba.